Lycée Hédi Chaker
$2^{\text{ème}}$ Sc 7

Devoir de contrôle n° 3

Mme FEKI Wahida
le 25/01/2010

Exercice 1 : (9 pts)

Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 6$.

1) a) Vérifier que 2 est une racine du polynôme P.

b) Factoriser P(x) en produit de binômes de premier degré.

c) Résoudre dans IR l'inéquation : $3(x+1) - P(x) \leq 0$.

2) Soit $Q(x) = x^4 + 3x^2 - 4$.

a) Montrer que Q(x) se factorise par $x^2 - 1$.

b) Factoriser alors Q(x).

3) Soit f la fonction rationnelle définie par $f(x) = \dfrac{Q(x)}{P(x)}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

b) Simplifier f(x).

c) Résoudre dans IR : $f(x) \leq 0$.

Exercice 2 : (11 pts)

Soit ABCD un carré de coté 3 cm et I le barycentre des points pondérés (A ,2) et (B ,1).

I) Soit l'application $f : P \to P$

$$M \mapsto M' \text{ tel que } \overrightarrow{MM'} - 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{O}.$$

1) Déterminer f(A).

2) a) Montrer que f admet un unique point invariant que l'on déterminera.

b) Montrer que f est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport.

II) Soit h l'homothétie de centre I et de rapport -2.

1) Déterminer h((AD)) .

2) (ID) coupe (BC) en E. Montrer que h(D) = E puis évaluer le rapport $\dfrac{BE}{AD}$.

3) (AE) et (BD) se coupent en F . Montrer que A = E * F.

4) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre I et de rayon IA.

a) Déterminer et construire le cercle $\mathscr{C}' = h(\mathscr{C})$.

b) Montrer que (BC) est tangente à $\mathscr{C}'$.